

מבחן במתמטיקה לכיתה ח'

בנושא: גופים (חזרה למיצ"ב) – עם תשובות!

שאלה 1: (15 נקודות) + (בנוס- 3 נקודות):

השלימו את הטבלה הבאה:

<u>הגוף</u>	<u>התרשים</u>	<u>נוסחת הנפח</u>	<u>נוסחת שטח פנים</u>
קובייה			
תיבה			
מנסרה			-----
פירמידה			-----
גליל			



-----			חרוט/קונוס
			כדור *** (בנוס 3 נקודות)

שאלה 2: (20 נקודות):

ידוע כי $2\frac{2}{3}$ מ"ק מים יש בתוך הקובייה.

ידוע כי בתוך הקובייה יש אוויר ומים בלבד, וכי האוויר מהווה $\frac{2}{3}$ מנפח הקובייה.

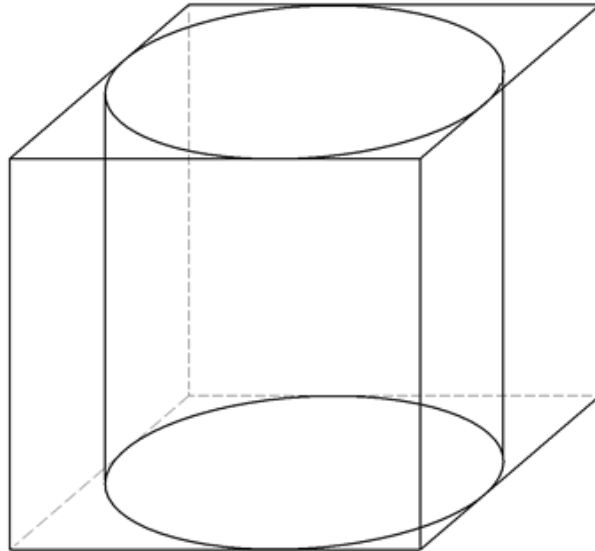
א. מה נפח הקובייה? (5 נקודות).

ב. מה מקצוע הקובייה? (5 נקודות).

ג. מה גובה המים בתוך הקובייה? (10 נקודות).

שאלה 3: (25 נקודות):

לפניכם התרשים הבא (גליל בתוך קובייה):



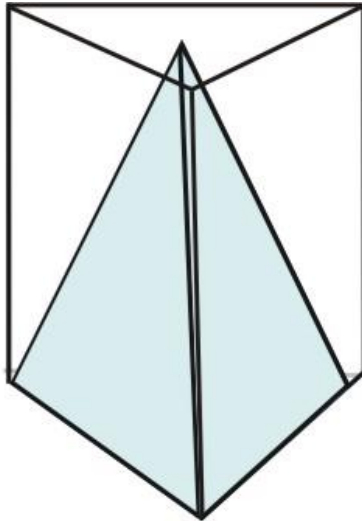
שטח הפנים של הקובייה הינו 216 מ"ר.

א. מצאו את נפח הגליל. (15 נקודות).

ב. מצאו את שטח הפנים של הגליל. (10 נקודות).

שאלה 4: (20 נקודות):

לפניכם התרשים הבא (מנסרה שכוללת בתוכה פירמידה):



א. מה היחס בין נפח הפירמידה לבין נפח המנסרה? (5 נקודות).

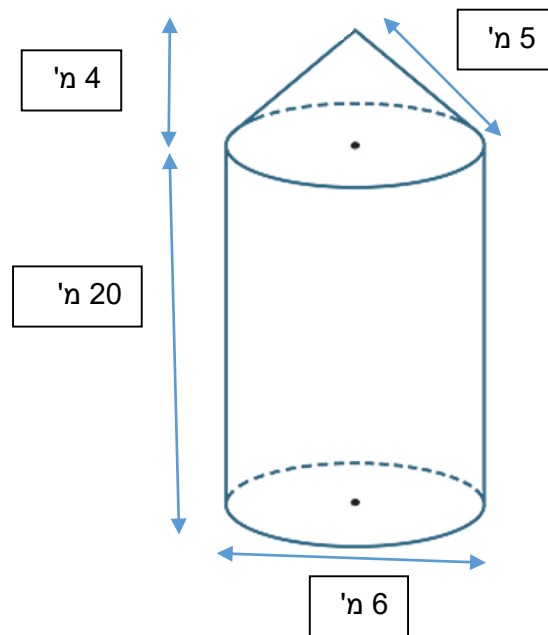
כעת נתון כי הפירמידה היא פירמידה שבבסיסה משולש שווה צלעות עם מקצוע באורך a עם גובה במשולש למקצוע באורך $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ וגובה הפירמידה כפול מאורך מקצוע הבסיס.

ב. הביעו באמצעות a את נפח המנסרה ואת נפח הפירמידה. (10 נקודות).
הערה: בתשובתכם תוכלו להשאיר שורשים במידת הצורך.

ג. הביעו בעזרת a את שטח הפנים של המנסרה. (5 נקודות).
הערה: בתשובתכם תוכלו להשאיר שורשים במידת הצורך.

שאלה 5: (20 נקודות):

לפניכם התרשים הבא:



א. מה נפח הצורה? (15 נקודות).

ב. נניח כי הורדנו את החרוט מהגליל. מה שטח הפנים של הגליל? (5 נקודות).

תשובות בעמוד הבא

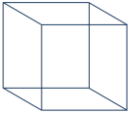


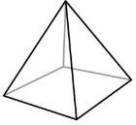
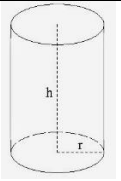


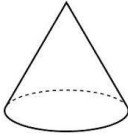
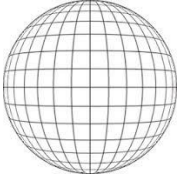
מבחן במתמטיקה לכיתה ח'

בנושא: גופים (חזרה למיצ"ב) – תשובות!

שאלה 1: (15 נקודות) + (בנוס- 3 נקודות):

השלימו את הטבלה הבאה:

<u>נוסחת שטח פנים</u>	<u>נוסחת הנפח</u>	<u>התרשים</u>	<u>הגוף</u>
$S = 6 \cdot a^2$	$V = a^3$		קובייה
$S = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$	$V = a \cdot b \cdot c$		תיבה
-----	$V = S \cdot h$	 ייתכנו תשובות נוספות	מנסרה
-----	$V = \frac{S \cdot h}{3}$	 ייתכנו תשובות נוספות	פירמידה
$S = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$		גליל

	$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$		חרוט/קונוס
$S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$		כדור *** (בנוס 3 נקודות)

שאלה 2: (20 נקודות):

ידוע כי $2\frac{2}{3}$ מ"ק מים יש בתוך הקובייה.

ידוע כי בתוך הקובייה יש אוויר ומים בלבד, וכי האוויר מהווה $\frac{2}{3}$ מנפח הקובייה.

א. מה נפח הקובייה? (5 נקודות).

$$V = 2\frac{2}{3} : \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 8$$

נפח הקובייה הוא 8 מ"ק.

ב. מה מקצוע הקובייה? (5 נקודות).

מקצוע הקובייה הינו:

$$a = \sqrt[3]{8} = 2$$

מקצוע הקובייה הינו 2 מ'.

ג. מה גובה המים בתוך הקובייה? (10 נקודות).

אנו יודעים כי המים הם למעשה כ"תיבה" בתוך הקובייה (נסו לצייר בעצמכם) שהבסיסים שלהם מתלכדים. נכתוב את הנוסחה לנפח התיבה:

$$V_{\text{מים}} = a \cdot b \cdot c$$

אפשר להגיע לביטוי:

$$c = \frac{V_{\text{מים}}}{a \cdot b}$$

ידוע כי:

$$a = 2, b = 2, V_{\text{מים}} = 2\frac{2}{3}$$

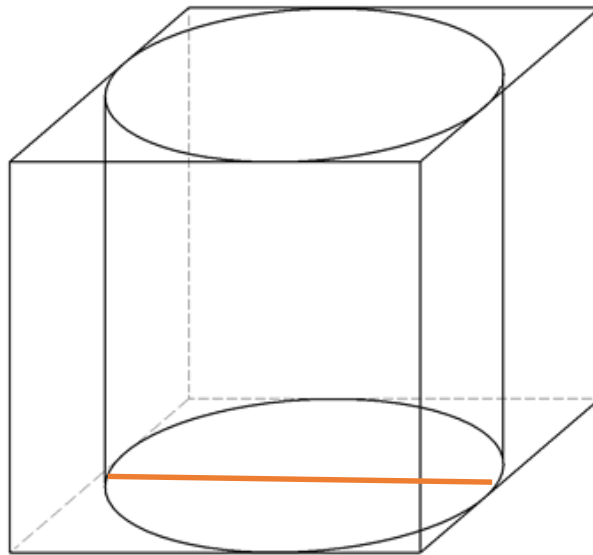
מכאן:

$$c = \frac{V_{\text{מים}}}{a \cdot b} = \frac{2\frac{2}{3}}{2 \cdot 2} = \frac{2}{3}$$

גובה המים בקובייה הוא שני שליש מטר.

שאלה 3: (25 נקודות):

לפניכם התרשים הבא (גליל בתוך קובייה):



שטח הפנים של הקובייה הינו 216 מ"ר.

א. מצאו את נפח הגליל. (15 נקודות).

נמצא את מקצוע הקובייה שהוא גם מהווה את הקוטר של הגליל (לפי הקו בכתום).

$$a = \sqrt[3]{216} = 6$$

עכשיו, מכיוון שאורך הקוטר כפול מאורך הרדיוס, אז אורך הרדיוס הוא 3 מטר.

כעת נחשב את נפח הגליל:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 169.56$$

נפח הגליל הוא 169.56 מ"ק.

ב. מצאו את שטח הפנים של הגליל. (10 נקודות).

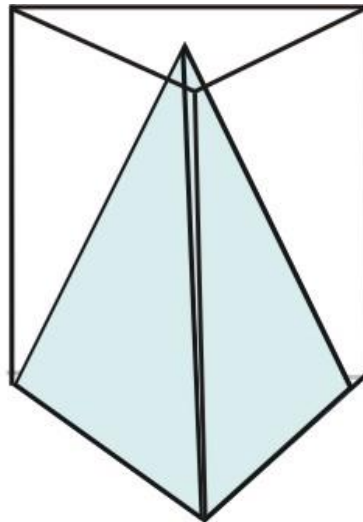
שטח הפנים של הגליל הוא:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 169.64$$

שטח הפנים של הגליל הוא 169.64 מ"ר.

שאלה 4: (20 נקודות):

לפניכם התרשים הבא (מנסרה שכוללת בתוכה פירמידה):



א. מה היחס בין נפח הפירמידה לבין נפח המנסרה? (5 נקודות).

$$\frac{V_{\text{פירמידה}}}{V_{\text{מנסרה}}} = \frac{\frac{S \cdot h}{3}}{S \cdot h} = \frac{1}{3}$$

קעת נתון כי הפירמידה היא פירמידה שבבסיסה משולש שווה צלעות עם מקצוע באורך a עם גובה במשולש למקצוע באורך $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ וגובה הפירמידה כפול מאורך מקצוע הבסיס.

ב. הביעו באמצעות a את נפח המנסרה ואת נפח הפירמידה. (10 נקודות).

הערה: בתשובתכם תוכלו להשאיר שורשים במידת הצורך.

נמצא את שטח הבסיס (שמהווה גם את בסיס המנסרה וגם את בסיס הפירמידה):

$$S = \frac{a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

הגובה כידוע הינו באורך $2a$, ולכן, מכאן:

$$V_{\text{מנסרה}} = S \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot 2a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$$

$$V_{\text{פירמידה}} = \frac{1}{3}V_{\text{מנסרה}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a^3 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$$

ג. הביעו בעזרת a את שטח הפנים של המנסרה. (5 נקודות).

הערה: בתשובתכם תוכלו להשאיר שורשים במידת הצורך.

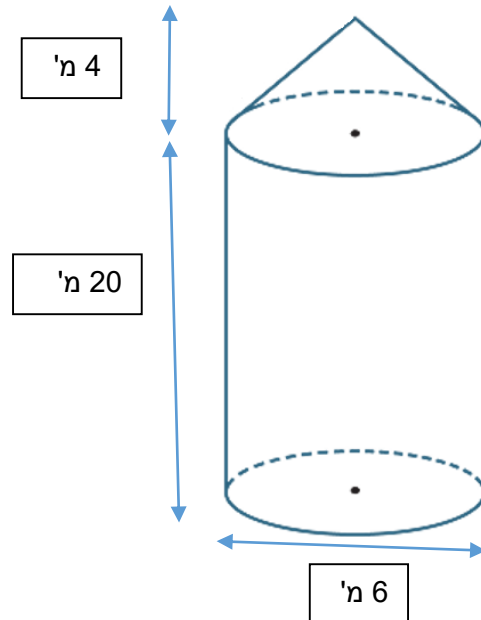
שטח הפנים של המנסרה מורכב משני משולשים בבסיסים (שטח הבסיס שחישבנו כבר) ושלושה מלבנים צדדיים.

מכאן:

$$S_{\text{פנים}} = 2 \cdot S + 3 \cdot S_{\text{מלבן}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 + 3 \cdot a \cdot 2a = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 6\right)a^2$$

שאלה 5: (20 נקודות):

לפניכם התרשים הבא:



ג. מה נפח הצורה? (15 נקודות).

נשים לב כי נפח הצורה הוא סכום נפח החרוט ונפח הגליל.

ונשים לב כי קוטר הבסיס הוא 6 מטר, ולכן רדיוס הבסיס הוא 3 מטר.

$$V_{\text{צורה}} = V_{\text{חרוט}} + V_{\text{גליל}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{חרוט}}}{3} + \pi \cdot r^2 \cdot h_{\text{גליל}} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 4}{3} + \pi \cdot 3^2 \cdot 20 = 603.19$$

נפח הצורה היא 603.19 מ"ק.

ד. נניח כי הורדנו את החרוט מהגליל. מה שטח הפנים של הגליל? (5 נקודות).

שטח הפנים של גליל:

$$S_{\text{פנים}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_{\text{גליל}} = 2 \cdot \pi \cdot 3^2 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 20 = 433.54$$

שטח הפנים של הגליל הוא 433.54 מ"ר